



Κεφάλαιο: Εφαρμογές ολοκληρωμάτων

Ασκήσεις

1. Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες:

ί. $y = \frac{1}{x^2}$, $y = x$, $y = 4$

ίί. $y = x^2 + 4$, $y + x = 6$

ίίί. $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$, $x = 2\pi$

ίν. $y = 2 + |x - 1|$, $y = -\frac{1}{5}x + 7$

ν. $y = 2 - x^2$, $y = -x$

2. Να βρεθεί ευθεία $x = k$ τέτοια ώστε να χωρίζει το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις καμπύλες $x = \sqrt{y}$, $x = 2$ και $y = 0$ σε δύο ίσα μέρη.

3. Να βρεθεί ο όγκος του στερεού που προκύπτει από την περιστροφή του χωρίου που περικλείεται από τις παρακάτω καμπύλες γύρω από τον άξονα των x :

ί. $y = \sqrt{\cos x}$, $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 0$

ίί. $y = x^2$, $y = 4x$

ίίί. $y = \sqrt{x}$, $y = x$

ίν. $y = x^2 - 2x$, $y = 0$

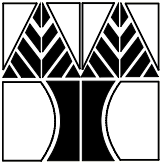
ν. $y = 4x^2$, $x = 0$, $y = 16$

νί. $y = x^2$, $y = 4x - x^2$

4. Να βρεθεί ο όγκος του στερεού που προκύπτει από την περιστροφή του χωρίου που περικλείεται από τις παρακάτω καμπύλες γύρω από τον άξονα των y :

ί. $y^2 = 4x$, $y = 2x$

ίί. $y = \ln x$, $x = e$, $y = 0$



Κεφάλαιο: Εφαρμογές ολοκληρωμάτων

5. Να βρεθεί το μήκος τόξου της καμπύλης:

ί. $y = \frac{1}{3}(x^2 + 2)^{3/2}$ από $x = 0$ έως $x = 3$

ίί. $y = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{4x}$ από $x = 1$ έως $x = 3$

ίίί. $(y + 1)^2 = 4x^3$ από $x = 0$ έως $x = 1$

ίν. $27y^2 = 4(x - 2)^3$ από $(2, 0)$ έως $(11, 6\sqrt{3})$

6. Να βρεθεί το εμβαδόν της επιφάνειας που παράγεται από την πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα των x των τόξων των παρακάτω καμπυλών:

ί. $y = \sqrt{x}$ από $x = 1$ έως $x = 4$

ίί. $y = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{4x}$ από $x = 1$ έως $x = 2$

ίίί. $y = x^3$ από $x = 0$ έως $x = 1$

ίν. $y = \sqrt{2x - x^2}$ από $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ έως $(1, 1)$

7. Να βρεθεί το μήκος τόξου της καμπύλης $y = 2 \sec x$ όπου $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ από το

σημείο $x = 0$ έως το $x = \frac{\pi}{4}$.