1) Έστω $f\left(x,y,z\right)=xyz$, να βρεθούν τα $\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y},\frac{\partial f}{\partial z}$.

2) Έστω $f\left(x,y,z\right)=5-x^2-y^2$, να βρεθούν τα $f_x(1,2), f_y(1,2),$.

3) Να βρεθούν τα $\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y}$ αν

(α) $f\left(x,y\right)=\frac{xy\left(x^2+y^2\right)}{x^2+y^2+1}$, (β) $f\left(x,y\right)=\sin\left(xy\right)+3xy$, (γ) $f\left(x,y\right)=e^{x^2+y^2}$, (δ) $f\left(x,y\right)=\frac{1}{xy}$

4) Να βρεθούν όλες οι δεύτερες μερικές παράγωγοι των πιο κάτω

(α) $f\left(x,y\right)=x^4-3x^2y^3$, (β) $f\left(x,y\right)=y\tan\left(2x\right)$, (γ) $g\left(x,t\right)=e^{-x}\sin(t)$,

5) Να βρεθούν οι ζητούμενες μερικές παράγωγοι

(α) $f\left(x,t\right)=x^2e^{-5t}$, $f_{xxt}=;$, $f_{ttt}=;$,

(β) $h\left(x,y,z\right)=\cos\left(4x+3y+2z\right)$ $h_{xyz}=?, h_{yzz}=?,$,

(γ) $u\left(r,\theta\right)=e^{r\theta}\sin(\theta)$, $u_{\theta rr}=?$,

6) Έστω $u\left(x,t\right)=\ln(x+2t)+(x-2t)^3$

Να **δειχθεί** ότι **ικανοποιούν την κυματική εξίσωση**

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0$$

7) Αν $z=8xy-2x+3y^2$, $x=u+v,$ και $y=ue^v$, να βρεθούν οι μερικές παραγώγοι $\frac{\partial z}{\partial u},\frac{\partial z}{\partial v}$ **χρησιμοποιώντας τον κανόνα αλυσίδας.**

8) Αν $f(x,y)=\sin(x-y)$, $x=uv,$ και $y=u-v$, να βρεθούν οι μερικές παραγώγοι $\frac{\partial z}{\partial u},\frac{\partial z}{\partial v}$ **χρησιμοποιώντας τον κανόνα αλυσίδας**

9) Να δείξετε ότι η συνάρτηση $g\left(x,y,z\right)=3\left(x^2+y^2\right)z\text{ - }2z^3$ ικανοποιεί την εξίσωση Laplace

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}=0$$

10) Αν οι συναρτήσεις *f* και *g* έχουν μερικές παραγώγους δεύτερης τάξης, να δειχθεί ότι η $u\left(x,t\right)=f(x+ct)+g(x-ct)$, όπου c είναι μία σταθερά ικανοποιεί την κυματική εξίσωση

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-c^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0$$