



Κεφάλαιο: Γενικευμένα ολοκληρώματα-Κανόνας L' Hospital

Ασκήσεις

1. Να υπολογιστούν τα πιο κάτω γενικευμένα ολοκληρώματα:

ί. $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$

ίί. $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{\ln x}} dx$

ίίί. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-x}}{1+e^{-2x}} dx$

ίν. $\int_0^9 \frac{1}{\sqrt{9-x}} dx$

ν. $\int_{-3}^1 \frac{x}{\sqrt{9-x^2}} dx$

νί. $\int_0^4 \frac{1}{(x-2)^{2/3}} dx$

νίί. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$

νίίί. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx$

ίξ. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x(x+4)}} dx$

2. Να βρεθεί η τιμή της σταθεράς a

ί. $\int_0^{+\infty} e^{-ax} dx = 5$

ίί. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2+a^2} dx = 1, a > 0$

3. Να βρεθούν τα πιο κάτω όρια:

ί. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cosh x - 2}{1 - \cos 2x}$

ίί. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-2x}}{x^2 + 3x}$

ίίί. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(5x-9)}{x^3-8}$

ίν. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan^{-1} x}{x^3}$

ν. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{\ln(3x+4)}$

νί. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos 3x}$

4. Να βρεθούν τα πιο κάτω όρια:

ί. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x)\ln(1-x)}{(1-e^x)\cos x}$

ίί. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$



Κεφάλαιο: Γενικευμένα ολοκληρώματα-Κανόνας L' Hopital

5. Να βρεθούν τα πιο κάτω όρια:

ί. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{3}{x}}$

ίί. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\cos\left(\frac{2}{x}\right) \right]^{x^2}$

ίίί. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^{2x} - 1)^{\frac{1}{\ln x}}$

ίν. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

ν. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x - \ln(1 + 2e^x)]$

νί. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{4 \tan x}{1 + \sec x}$

6. Να υπολογιστούν τα πιο κάτω γενικευμένα ολοκληρώματα:

ί. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^5} dx$

ίί. $\int_0^1 \sqrt{x} \ln x dx$

ίίί. $\int_0^4 \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

ίν. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{1 - \sin x}} dx$

ν. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 4} dx$

νί. $\int_0^1 x \ln(x) dx$

νίί. $\int_{-\infty}^0 \frac{1}{(4 - x)^2} dx$

νίίί. $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$

7. Να βρεθούν τα πιο κάτω όρια:

ί. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9^x - 3^x}{x}$

ίί. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{x - 3} \right)^x$

ίίί. $\lim_{x \rightarrow 1} \csc(\pi x) \ln x$

ίν. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{x - 1} \right)$

8. Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τον άξονα των x και την καμπύλη $y = x^{-\frac{1}{3}}$, $0 \leq x \leq 1$. Στην συνέχεια να βρείτε τον όγκο του στερεού που παράγεται από την περιστροφή του χωρίου γύρω από τον άξονα των x .