



Κεφάλαιο: Ακολουθίες

Ασκήσεις

1. Να βρεθούν οι πέντε πρώτοι όροι των πιο κάτω ακολουθιών. Στη συνέχεια να εξεταστεί η σύγκλιση των ακολουθιών και να βρεθούν (αν υπάρχουν) τα όρια τους.

ί. $\{1 + (-1)^n\}$ ίι. $\left\{\cos\left(\frac{3}{n}\right)\right\}$ ίιι. $\{n^2 e^{-n}\}$ ίν. $\{\sqrt{n^2 + 3n} - n\}$

2. Να εξεταστούν ως προς την μονοτονία οι πιο κάτω ακολουθίες:

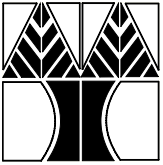
ί. $\{n - 2^n\}$ ίι. $\left\{\frac{2^n}{n!}\right\}$ ίιι. $\left\{\frac{10^n}{(2n)!}\right\}$
ίν. $\left\{\frac{n^n}{n!}\right\}$ ν. $\left\{\frac{1}{n \ln(n)}\right\}$ νι. $\{\tan^{-1} n\}$

3. Να δειχθεί ότι η ακολουθία $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 3 - \frac{1}{a_n}$ είναι αύξουσα και

$a_n < 3$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Στη συνέχεια να δειχθεί ότι είναι συγκλίνουσα και να βρεθεί το όριο της.

4. Να δειχθεί ότι η ακολουθία $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{3}(a_n + 4)$ είναι αύξουσα και

$a_n < 2$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Στη συνέχεια να δειχθεί ότι είναι συγκλίνουσα και να βρεθεί το όριο της.



Κεφάλαιο: Ακολουθίες

5. Να εξεταστεί αν οι πιο κάτω ακολουθίες είναι φραγμένες, αύξουσες και συγκλίνουσες:

ί. $\left\{ n + \frac{2}{n} \right\}$

ίί. $\left\{ \frac{(-1)^n}{n} \right\}$

ίίί. $\left\{ \frac{\ln n}{n} \right\}$

6. Να εξεταστεί αν η ακολουθία με γενικό όρο: $a_n = \sqrt[n]{\frac{1}{n^p}}$ συγκλίνει.