



Κεφάλαιο: Συστήματα Γραμμικών Εξισώσεων

Ασκήσεις

1. Να βρεθούν οι τιμές της σταθεράς a για τις οποίες το γραμμικό σύστημα :

$$x + 2y - 3z = 4$$

$$3x - y + 5z = 2$$

$$4x + y + (a^2 - 14)z = a + 2$$

(α) έχει μόνο μια λύση

(β) έχει άπειρες λύσεις

(γ) δεν έχει λύση

2. Να μετατραπούν οι πιο κάτω πίνακες σε ανηγμένους κλιμακωτούς:

$$(α) \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 & -8 \\ 2 & -3 & 4 & -1 & 2 \\ 3 & -4 & 1 & -2 & -8 \\ 4 & -1 & 2 & -3 & -6 \end{bmatrix} \quad (β) \begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 & -13 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & -4 & 7 \\ 3 & 7 & 7 & -17 & 4 \end{bmatrix}$$

3. Να χρησιμοποιηθεί (α) η μέθοδος Gauss και (β) η μέθοδος των Gauss-Jordan για να λυθούν τα πιο κάτω γραμμικά συστήματα:

$$2x_1 - 3x_2 = -2$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 10$$

ί. $2x_1 + x_2 = 1$

ίί. $-x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 - 2x_5 = -4$

$$3x_1 + 2x_2 = 1$$

$$2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 6x_4 + 3x_5 = 6$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 1$$

ίίί. $2x_1 - x_2 + x_4 = -2$

$$x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 4$$

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0$$



Κεφάλαιο: Συστήματα Γραμμικών Εξισώσεων

4. Να λυθούν τα γραμμικά συστήματα:

$$3x_1 + x_3 = 11$$

ί. $2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5$

$$x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -3$$

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1$$

ίί. $3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 8$

$$2x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -1$$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 3$$

ίίί. $2x_1 - 2x_3 - 4x_4 = -4$

$$x_1 + x_2 + x_4 = 3$$

$$2x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 6x_4 = 16$$

$$x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 4$$

ίίί. $2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -5$$

$$x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 2$$

$$4x_2 + x_3 = 2$$

ν. $2x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 3$

$$4x_1 + 8x_2 - 5x_3 = 4$$

$$x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 12$$

νί. $-3x_1 - x_3 - 2x_4 = -4$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -10$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1$$

5. Να λυθούν τα πιο κάτω ομογενή γραμμικά συστήματα:

$$2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0$$

ί. $-x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0$

$$x_1 + x_2 + 4x_3 = 0$$

$$x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0$$

ίί. $2x_1 + x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 0$

$$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 0$$

$$-4x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 0$$

$$x_1 + 3x_2 + x_4 = 0$$

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0$$

ίίί. $-2x_2 - 2x_3 - x_4 = 0$

$$2x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 = 0$$

$$x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 0$$