Πανεπιστήμιο Κύπρου
Τμήμα Μαθηματικών
και Στατιστικής

Εισαγωγικά Μαθηματικά ΙΙ

Κεφάλαιο: Ορίζουσες

Ασκήσεις

1. Να υπολογιστούν οι τιμές των οριζουσών, με απαλοιφή Gauss (εκτός από το (i)):

i. $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}$

ii. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 3 & 4 & 14 \\ 5 & 6 & 21 \end{vmatrix}$

iii. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$

iv. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

v. $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \\ 5 & -2 & 2 \end{vmatrix}$

vi. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

vii. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ -5 & -9 & 6 & 3 \\ -1 & 2 & -6 & -2 \\ 2 & 8 & 6 & 1 \end{vmatrix}$

2. Να υπολογιστούν οι ορίζουσες με ανάπτυξη κατά τα στοιχεία μιας γραμμής ή στήλης:

i. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 2 & -5 & 1 \end{vmatrix}$

ii. $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \\ -2 & 5 & -4 \end{vmatrix}$

iii. $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 8 \\ -2 & 1 & 5 \\ -3 & 2 & 4 \end{vmatrix}$

iv. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 9 & 3 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

v. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 6 & 4 \end{vmatrix}$

Κεφάλαιο: Ορίζουσες

3. Χρησιμοποιώντας τον τύπο $A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)} adj(A)$, να βρεθούν (αν υπάρχουν) οι αντίστροφοι των παρακάτω πινάκων:

i. $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ *ii.* $\begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{bmatrix}$ *iii.* $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

iv. $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ *v.* $\begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 5 & -6 & 11 \\ 3 & 2 & 7 \end{bmatrix}$

4. Χρησιμοποιώντας τον κανόνα του Cramer, να λυθούν τα συστήματα:

i. $\begin{aligned} 2x + 3y - z &= 1 \\ 3x + 5y + 2z &= 8 \\ x - 2y - 3z &= -1 \end{aligned}$ *ii.* $\begin{aligned} 2x - 5y + 2z &= 7 \\ x + 2y - 4z &= 3 \\ 3x - 4y - 6z &= 5 \end{aligned}$

5. Έστω ότι $\det(A) = -7$, όπου A είναι ένας 3×3 πίνακας. Να βρεθούν:

i. $\det(3A)$

ii. $\det(2A^{-1})$

iii. $\det\left((2A)^{-1}\right)$

iv. $\det\left(A^2\right)$