

1.2 Πολικές συντεταγμένες

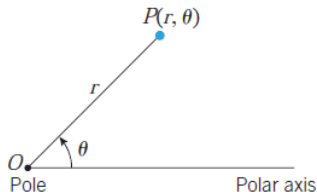
Ένα πολικό σύστημα συντεταγμένων αποτελείται από:

- ένα σημείο O (πόλος)
- μια ημιευθεία με αρχή το O (πολικός άξονας)

Ένα σημείο P προσδιορίζεται από τις πολικές συντεταγμένες (r, θ) όπου

- r είναι η απόσταση του σημείου από το O
- θ είναι η γωνία από τον πολικό άξονα προς το P

Το ζεύγος $(0, \theta)$ περιγράφει τον πόλο για οποιοδήποτε θ .



Ένα σημείο να εκφραστεί σε πολικές συντεταγμένες με αρνητικό r .

Παράδειγμα

$(3, 5\pi/4)$

Το ίδιο σημείο μπορεί να εκφραστεί με διαφορετικές πολικές συντεταγμένες.

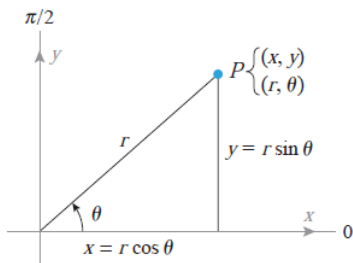
Παράδειγμα

$(1, 7\pi/4), (1, -\pi/4)$

Όταν οι εφαρμογές επιβάλλουν να έχουμε μοναδικό ζεύγος πολικών συντεταγμένων για κάθε σημείο τότε θα θεωρήσουμε ότι:

- $r \geq 0$
- $0 \leq \theta < 2\pi$

Για να βρούμε τη σχέση πολικών και καρτεσιανών συντεταγμένων θεωρούμε ένα σύστημα αξόνων Ox, Oy έτσι ώστε το Ox να συμπίπτει με τον πολικό άξονα.



Πολικές σε καρτεσιανές	$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$
Καρτεσιανές σε πολικές	$r^2 = x^2 + y^2, \tan \theta = \frac{y}{x}$

Παράδειγμα

Να βρεθούν οι καρτεσιανές συντεταγμένες του πολικού σημείου $P(6, 2\pi/3)$

Παράδειγμα

Να βρεθούν οι πολικές συντεταγμένες του καρτεσιανού σημείου

$$P(-2, -2\sqrt{3})$$

Μία από τις χρήσεις των πολικών συντεταγμένων είναι για να απλοποιηθεί η εξίσωση κάποιων γνωστών καμπυλών.

Παράδειγμα

Να βρεθεί το γράφημα της πολικής εξίσωσης $r = 1$.

Παράδειγμα

Να βρεθεί το γράφημα της πολικής εξίσωσης $\theta = \pi/4$.

Παράδειγμα

Να βρεθεί το γράφημα της πολικής εξίσωσης $r = \theta$.

Παράδειγμα

Να βρεθεί το γράφημα της πολικής εξίσωσης $r = \sin \theta$.

Παράδειγμα

Να βρεθεί το γράφημα της πολικής εξίσωσης $r = \cos \theta$.

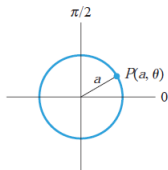
Γενικά:

$r = a \leftrightarrow$ κύκλος με κέντρο $(0, 0)$ και ακτίνα a

$\theta = a \leftrightarrow$ ευθεία που διέρχεται από το $(0, 0)$ με γωνία θ
(ημιευθεία αν θεωρήσουμε ότι $r \geq 0$)

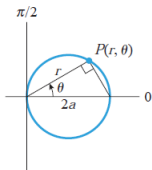
$r = 2a \cos \theta \leftrightarrow$ κύκλος με κέντρο $(a, 0)$ και ακτίνα a

$r = 2a \sin \theta \leftrightarrow$ κύκλος με κέντρο $(0, a)$ και ακτίνα a



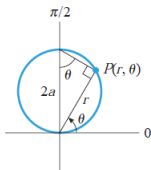
$$r = a$$

(a)



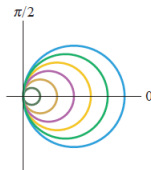
$$r = 2a \cos \theta$$

(b)



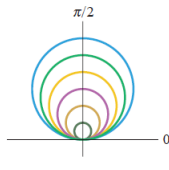
$$r = 2a \sin \theta$$

(c)



$$r = 2a \cos \theta$$

(d)



$$r = 2a \sin \theta$$

(e)

Παράδειγμα

Να βρείτε τις πολικές εξισώσεις των παρακάτω σχημάτων.

