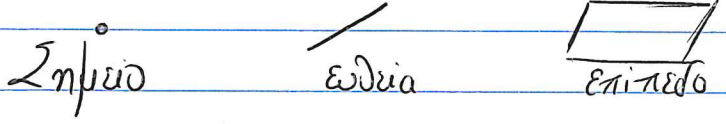


επιπέδου
από
1-2

Ευκλείδεια Γεωμετρία του Πύρου

Βασικές Έννοιες



Αξιωματά

- I Τρία μη συνευθειακά σημεία ορίζουν μοναδικό επίπεδο
- II Σε κάθε επίπεδο ∃ τουλάχιστον τρία μη συνευθειακά σημεία
- III Δύο σημεία ενός επιπέδου ορίζουν μια εγεία η οποία ανήκει στο επίπεδο
- IV Για κάθε επίπεδο ∃ τουλάχιστον (min) ένα σημείο που δεν ανήκει σε αυτό
- V Αν δύο επίπεδα τέμνονται, τότε έχουν μια κοινή εγεία η οποία γέρχει τμήν των επιπέδων.

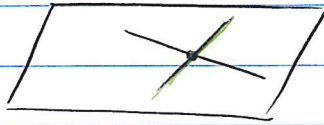
Συνέπειες

- 1/ Σε κάθε επίπεδο ∃ άπειρα σημεία (II + III)
- 2/ Σε κάθε επίπεδο ∃ άπειρες εγείες
- 3/ Σε κάθε επίπεδο ∃ άπειρα σημεία που δεν ανήκουν σε αυτό.
- 4/ Άπειρα επίπεδα περιέχουν δοσμένη εγεία.

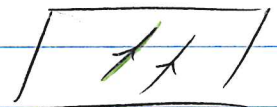
Σχεμίες Θέσας Ειδειών

Αν δύο (2) ειδειές είναι συνεπιπέδες

• Μπορεί να τέμνονται



• Μπορεί να είναι παράλληλες



• Μπορεί να συμπίπτουν



Αν οι ειδειές δεν είναι συνεπιπέδες γίνονται ασύμβατες

//////////

Θεώρημα

- * 1) Μια ειδεία και ένα σημείο που δεν ανήκει σε αυτήν ορίζουν μοναδικό επίπεδο.
- 2) Δύο παράλληλες ειδειές ορίζουν μοναδικό επίπεδο.
- 3) Δύο τέμνουσες ειδειές ορίζουν μοναδικό επίπεδο.

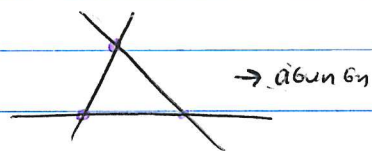
* Απόδειξη

Έστω ειδεία ℓ και σημείο A εκτός της ℓ

Από (I), ορίζεται μοναδικό επίπεδο από τα A, B, C

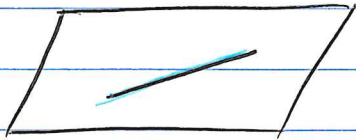
Από (III) η ℓ ανήκει σε αυτό το επίπεδο

Πρόταση: Τρεις ειδειές που τέμνονται ανά δύο και δεν έχουν \downarrow μοναδικό επίπεδο
ανά σημείο
ορίζουν

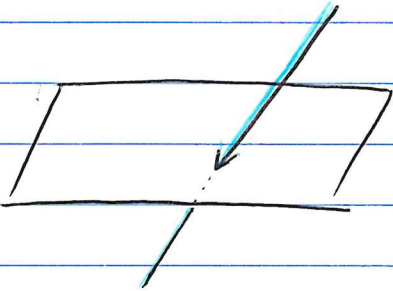


Σημανές θέσες εωθείας - επιπέδου

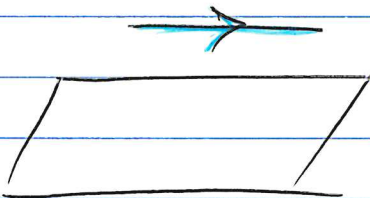
1) Εωθεία αλληλε στω επιπέδου



2) Η εωθεία τέφνει το επίπεδο σε μοναδικό ση/είο

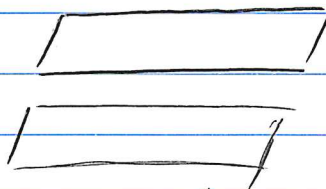


3) Η εωθεία είναι παράλληλη με το επίπεδο



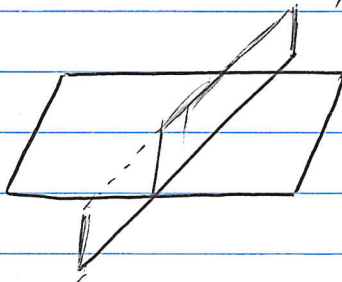
Σημανές θέσες επιπέδων

1) Παράλληλα



κανένα κοινό ση/είο

2) Τεφνοέφενα

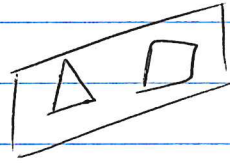


3) Συμπίπτων



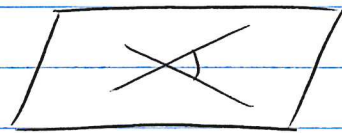
Παρατήρηση

Αν τα σχήματα βρίσκονται στο ~~αίριο~~ ^{ίδιο} ~~αίριο~~ επίπεδο, μπορούμε να αρνητοποιήσουμε την ευθεία γεωμετρία του ~~αίριου~~ επιπέδου.

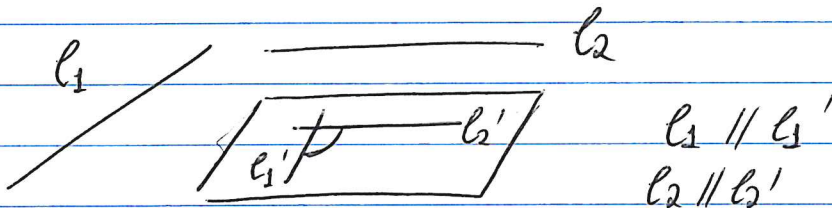


Γωνία στο αίριο

Αν δύο ευθείες είναι συνεπίπεδες, αρνητοποιήσουμε τον συνθιθέμενο ορισμό της γωνίας.



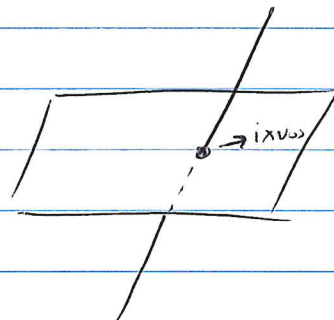
Αν δύο ευθείες είναι ασύμβατες, τότε θεωρούμε συνεπίπεδες ευθείες παράλληλες προς αυτές και υπολογίζουμε τη γωνία αυτών.



Αν η γωνία δύο ασύμβατων ευθειών είναι ορθή, η ευθείες γίνονται ορθογώνιες ή υαδρες.

Ορισμός: Μια ευθεία γέγεται υαδρη σε ένα επίπεδο αν είναι υαδρη σε υαδε ευθεία που διέρχεται από το ίχνος* της.

* Κοινό σημείο ευθείας - επιπέδου



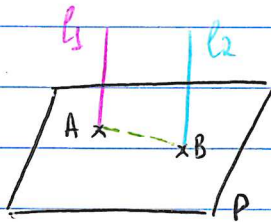
Θεώρημα

Αν μια ευθεία είναι κάθετη σε δύο τεμνόμενες ευθείες
εως επιπέδου στο κοινό τους σημείο, τότε είναι κάθετη
στο επίπεδο

(Ακρίβεια 1^{ου} θεωρήματος)

Παράδειγμα

Αν οι ευθείες l_1 και l_2 είναι \perp προς επίπεδο P ,
τότε να δείξει ότι είναι \parallel .



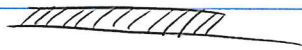
Έστω το ιχνός A της l_1
και το ιχνός B της l_2

$l_1 \perp$ στο AB (διότι $l_1 \perp$ στο p)

$l_2 \perp$ στο AB (διότι $l_2 \perp$ στο p)

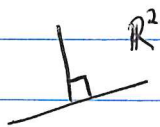
Έστω q , το επίπεδο που ορίζουν οι l_1, l_2 .
Εφόσον περιέχει τα A, B, Γ ανήκει στο q

Άρα, εφόσον $l_1 \perp AB$, $l_2 \perp AB$
 $\Rightarrow l_1 \parallel l_2$ (στο q)



Θεώρημα

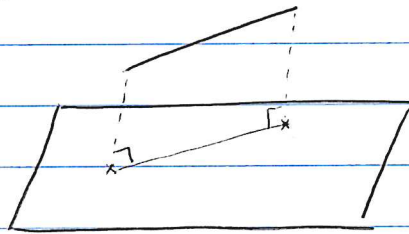
Από το σημείο ενός επιπέδου αίχεται μοναδική κάθετη προς
το επίπεδο.



Ορισμός: (Ορθή) προβολή σημείου A σε επίπεδο ρ , ονομάζεται το έκτος της καθέτου από το A προς το ρ .

Προβολή σχήματος σε επίπεδο λέγεται το σύνολο των προβολών όρων των σημείων του σχήματος

π.χ. Προβολή ευθείας σε επίπεδο είναι εθεία



Ορισμός: Γωνία (γνήση) ευθείας με επίπεδο, λέγεται η γωνία της ευθείας με την προβολή της

Θεώρημα:

- 1) Υπάρχει μοναδική ευθεία \perp σε 2 αλληλοκάθετες εθείες
- 2) Αν ℓ_1, ℓ_2 αλληλοκάθετες εθείες, τότε υπάρχουν \parallel επίπεδα που τις περιέχουν