

Κεφάλαιο 1ο: Πινακες

↑ προέρχονται

Γραφικά Συστήματα \Rightarrow λύνονται εύκολα επειδή σχηματίζονται ευθείες στο επίπεδο.

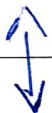
π.χ: $\begin{cases} 2x+3y=6 \\ x-y=8 \end{cases}$ ευθείες στο επίπεδο.

3 περιπτώσεις

1^η

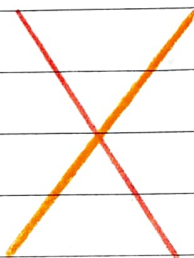


Παράλληλες



Καμία λύση στο σύστημα

2^η

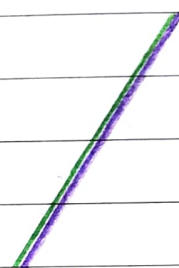


Τέμνονται

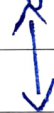


Μια ακριβής λύση

3^η



Ταυτίζονται



Άπειρες λύσεις.

Ορισμός: (Γραφικός Συστήμα)

Μια εξίσωση της μορφής $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$ όπου $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$, x_1, x_2, \dots, x_n άγνωστες μεταβλητές και n φυσικός αριθμός, $n \geq 0$, λέγεται γραμμική εξίσωση με n άγνωστους.

π.χ:

$$x+3y=7$$

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$$

γραμμικές εξισώσεις \Rightarrow αφού είναι εξισώσεις 1^{ου} βαθμού.

π.χ:

$$x+3y^2=4$$

$$\sin x + y = 0$$

$$\sqrt{x} + y = 0$$

Δεν είναι γραμμικές εξισώσεις.

Γραφικό σύστημα = πεπερασμένο \neq άπειρο σύνολο γραφικών εξισώσεων.

Γενική Μορφή Γραφικού Συστήματος:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

\vdots

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

Η λύση του συστήματος είναι μια ακολουθία αριθμών S_1, S_2, \dots, S_n ώστε η αντικατάσταση $x_1 = S_1, x_2 = S_2, \dots, x_n = S_n$ ικανοποιεί όλες τις εξισώσεις του συστήματος.

Π.Χ:
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases} \Rightarrow \text{δεν υπάρχει καμία λύση, αφού είναι παράλληλες ευθείες.}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases} \xrightarrow{(-)} 0 = 2 \text{ αδύνατον}$$

Π.Χ:
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \text{ έχει μοναδική λύση } \left(\frac{7}{3}, \frac{4}{3} \right).$$

Ικανοποιεί και τις 2 εξισώσεις.

Π.Χ:
$$\begin{cases} 4x - 2y = 1 \\ 16x - 8y = 4 \end{cases} \} \text{ νού άπειρες λύσεις}$$

$$\begin{cases} 4x - 2y = 1 \\ 4x - 2y = 1 \end{cases} \} \text{ επανατώνται } \Rightarrow \text{ άπειρες λύσεις.}$$

Οι λύσεις εκφράζονται παραμετρικά

Θέτουμε $x = t$

$$4t - 2y = 1 \Rightarrow 2y = 4t - 1 \Rightarrow y = 2t - 1/2$$

$$\Rightarrow \text{Λύσεις: } (t, 2t - 1/2)$$

Εφόσον μόνο οι συντελεστές των μεταβλητών επηρεάζουν τις λύσεις του συστήματος τις γράφουμε σε πίνακα.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

\vdots

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$



a_{11}	a_{12}	\dots	a_{1n}	b_1
a_{21}	a_{22}	\dots	a_{2n}	b_2
		\vdots		\vdots
a_{m1}	a_{m2}	\dots	a_{mn}	b_m

→ επανζητημένος πίνακας του γραμμικού συστήματος.

Οι αλγεβρικές πράξεις μεταξύ των εξισώσεων μεταφράζεται σε γραφιοπράξεις.

1. Εναλλαγή 2 εξισώσεων \longleftrightarrow Εναλλαγή 2 γραμμών.
2. Πολλαπλασιάζουμε μια εξίσωση με μη μηδενική σταθερά \longleftrightarrow Πολλαπλασιάζουμε τα στοιχεία μιας γραμμής με μη μηδενική σταθερά
3. Προσθέτουμε το πολλαπλάσιο μιας εξίσωσης σε μια άλλη \longleftrightarrow Προσθέτουμε το πολλαπλάσιο μιας γραμμής σε μια άλλη.