

Κεφάλαιο 1ο Πίνακες

(8/9/2020)

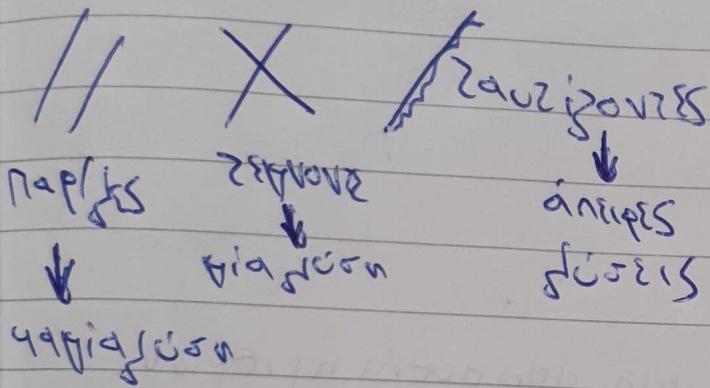
Πίνακες
↑

Γραμμικό σύστημα

π.χ.
$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

↓
Δύο εξισώσεις στο επίπεδο

3 περιπτώσεις:



Ορισμός:

Μια εξίσωση της μορφής:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$$

όπου $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$

x_1, x_2, \dots, x_n άγνωστε μεταβλητές

και "n" φυσικός αριθμός, $n \geq 0$

λέγεται γραμμική εξίσωση με "n" αγνώστους.

π.χ. $x + 3y = 7$
 $x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0$
 $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 2$ } γραμμικός

π.χ. $x + 3y = 4$
 $x + y = 0$
 $x + y = 0$ } δεν είναι γραμμικός

Γραμμικό σύστημα = πεπερασμένο σύνολο γραμμικών εξισώσεων

Γενική μορφή γραμμικού συστήματος

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

⋮

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

Α συντελεστής του συστήματος είναι για δεδομένα αριθμούς b_1, b_2, \dots, b_m ώστε η αντικατάσταση $x_1 = \beta_1, x_2 = \beta_2, \dots, x_n = \beta_n$ ικανοποιεί όλες τις εξισώσεις του συστήματος

α $x + 5y + z = 6$ (επίπεδο στο χώρο 3D)

π.χ. $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$ έχει γραμμική λύση $\left(\frac{7}{3}, \frac{4}{3}\right)$

π.χ. $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x + 3y = 0 \end{cases}$ δεν έχει γραμμική λύση

$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 = 2 \Rightarrow$ αδύνατο

$$\text{π.χ. } \begin{cases} 4x - 2y = 1 \\ 16x - 8y = 4 \end{cases}$$

Έχει άπειρες λύσεις

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 1 \\ 4 - 2y = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 4x - 2y = 1$$

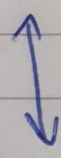
οι δύο εξισώσεις παραμένουν

$$\text{Θέτουμε } x = t : 4t - 2y = 1 \Rightarrow 2y = 4t - 1 \Rightarrow y = 2t - \frac{1}{2}$$

$$\text{Λύσεις: } (t, 2t - \frac{1}{2})$$

Εφόσον πρόκειται για σύστημα εξισώσεων με δύο άγνωστα και δύο εξισώσεις, τότε θα πρέπει να είναι πάντα

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ \vdots & \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}$$



$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{array} \right]$$

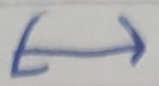
Εναυξημένο πίνακας του γραμμικού συστήματος

Οι αλλαγές που γίνονται με τις επεξεργασίες παραμένουν.

② Εναλλαγή δύο εξισώσεων \leftrightarrow Εναλλαγή δύο γραμμών

③ Πολλαπλασιασμός με σταθερά ή αντιστροφή σταθερά \leftrightarrow Πολλαπλασιασμός με σταθερά ή αντιστροφή σταθερά

③ Προσέγγιση στο ημιαντιδραστήριο
με ξ_1, ξ_2 σε συνάρτηση με ξ



Προσέγγιση στο η_1 με ξ_1, ξ_2