1/12/20 • Κάθε 2×2 πίνακας A είναι όμοιος με πίνακα της μορφής $C = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ όπου $a-bi$ ιδιοτιμή του A.
Ο C προκαλεί στροφή κατά γωνία φ και μεταβολή μήκους $r = |a-bi|$

όρισμα το $a-bi$

π.χ. $C = \begin{pmatrix} \cos\pi/2 & -\sin\pi/2 \\ \sin\pi/2 & \cos\pi/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ στροφή κατά $\pi/2$

Έστω $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

• $Cx = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

• $C^2x = C[Cx] = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

• $C^3x = C[C^2x] = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

• $C^4x = C[C^3x] = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = x$

• Υπάρχει k θετικός ακέραιος ώστε $C^k x = \lambda x$ για κάποιο $\lambda \in \mathbb{R}$.
Ναι: $k = 4$

π.χ.

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\pi/2 & -\sin\pi/2 \\ \sin\pi/2 & \cos\pi/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

- Στροφή κατά γωνία $\pi/2$ και διπλασιάζει μήκος
- Έστω $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- $Cx = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- $C^2 x = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $C^3 x = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -8 \end{pmatrix}$
- $C^4 x = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 0 \end{pmatrix}$