

ΜΑΣ029 - Στοιχεία Γραμμικής Άλγεβρας
Χειμερινό Εξάμηνο 2021-2022

Ασκήσεις 2ου Κεφαλαίου

1. i) Να μετατρέψετε τον παρακάτω πίνακα σε ανηγμένο κλιμακωτό.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

- ii) Αν ο πίνακας A είναι ο επαυξημένος πίνακας ενός γραμμικού συστήματος είναι το σύστημα συμβιβαστό; Αν ναι, βρείτε την γενική λύση.

2. Να βρεθεί (αν υπάρχει) η λύση για τα ακόλουθα γραμμικά συστήματα με μέθοδο απαλοιφής Gauss ή Gauss-Jordan.

i) $x_2 + 4x_3 = -5$
 $x_1 + 3x_2 + 5x_3 = -2$
 $3x_1 + 7x_2 + 7x_3 = 6$

ii) $x_1 - 3x_3 = 8$
 $2x_1 + 2x_2 + 9x_3 = 7$
 $x_2 + 5x_3 = -2$

iii) $x - y + 2z - w = -1$
 $2x + y - 2z - 2w = -2$
 $-x + 2y - 4z + w = 1$
 $3x - 3w = -3$

3. Είναι το σύστημα

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_3 &= 2 \\ x_2 - 3x_4 &= 3 \\ -2x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 1 \\ 3x_1 + 7x_4 &= -5 \end{aligned}$$

συμβιβαστό;

4. Βρείτε μια αλγεβρική σχέση μεταξύ των g , h και k έτσι ώστε το σύστημα

$$\begin{aligned} x_1 - 4x_2 + 7x_3 &= g \\ 3x_2 - 5x_3 &= h \\ -2x_1 + 5x_2 - 9x_3 &= k \end{aligned}$$

να είναι μη συμβιβαστό.

5. Να βρείτε τις τιμές του a για τις οποίες το σύστημα δεν έχει λύση, έχει ακριβώς μία λύση ή έχει άπειρες λύσεις.

$$\begin{aligned} x + 2y - 3z &= 4 \\ 3x - y + 5z &= 2 \\ 4x + y + (a^2 - 14)z &= a + 2 \end{aligned}$$

6. Να βρεθεί η λύση (αν υπάρχει) για το σύστημα που έχει επαυξημένο πίνακα τον ακόλουθο.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & -3 & 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 9 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

7. Προσδιορίστε αν τα παρακάτω συστήματα έχουν μη τετριμμένες λύσεις.

$$2x_1 - 5x_2 + 8x_3 = 0$$

i) $-2x_1 - 7x_2 + x_3 = 0$

$$4x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 0$$

ii) $-3x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 0$

$$-6x_1 + 7x_2 + x_3 = 0$$

8. Βρείτε το σύνολο λύσεων των παρακάτω συστημάτων.

$$x_1 + 3x_2 + x_3 = 0$$

i) $-4x_1 - 9x_2 + 2x_3 = 0$

$$-3x_2 - 6x_3 = 0$$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 = 1$$

ii) $-4x_1 - 9x_2 + 2x_3 = -1$

$$-3x_2 - 6x_3 = -3$$

9. Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα με τη μέθοδο του αντιστρόφου πίνακα.

$$x_1 + 3x_2 + x_3 = 4$$

i) $2x_1 + 2x_2 + x_3 = -1$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 3$$

$$5x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 4$$

ii) $3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 2$

$$x_2 + x_3 = 5$$

Αυτή η εργασία χορηγείται με άδεια Creative Commons Αναφορά δημιουργού-Μη εμπορική-Παρόμοια διανομή 4.0 International License.

