

**ΜΑΣ029 - Στοιχεία Γραμμικής Άλγεβρας**  
**Χειμερινό εξάμηνο 2020**

Ασκήσεις 2ου Κεφαλαίου

1. i) Να μετατρέψετε τον παρακάτω πίνακα σε ανηγμένο κλιμακωτό.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

- ii) Αν ο πίνακας  $A$  είναι ο επαυξημένος πίνακας ενός γραμμικού συστήματος είναι το σύστημα συμβιβαστό; Αν ναι, βρείτε την γενική λύση.

2. Να βρεθεί (αν υπάρχει) η λύση για τα ακόλουθα γραμμικά συστήματα με μέθοδο απαλοιφής Gauss ή Gauss-Jordan.

i) 
$$\begin{aligned} x_2 + 4x_3 &= -5 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= -2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 7x_3 &= 6 \end{aligned}$$

ii) 
$$\begin{aligned} x_1 - 3x_3 &= 8 \\ 2x_1 + 2x_2 + 9x_3 &= 7 \\ x_2 + 5x_3 &= -2 \end{aligned}$$

iii) 
$$\begin{aligned} x - y + 2z - w &= -1 \\ 2x + y - 2z - 2w &= -2 \\ -x + 2y - 4z + w &= 1 \\ 3x - 3w &= -3 \end{aligned}$$

3. Είναι το σύστημα

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_3 &= 2 \\ x_2 - 3x_4 &= 3 \\ -2x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 1 \\ 3x_1 + 7x_4 &= -5 \end{aligned}$$

συμβιβαστό;

4. Βρείτε μια αλγεβρική σχέση μεταξύ των  $g$ ,  $h$  και  $k$  έτσι ώστε το σύστημα

$$\begin{aligned} x_1 - 4x_2 + 7x_3 &= g \\ 3x_2 - 5x_3 &= h \\ -2x_1 + 5x_2 - 9x_3 &= k \end{aligned}$$

να είναι μη συμβιβαστό.

5. Να βρείτε τις τιμές του  $a$  για τις οποίες το σύστημα δεν έχει λύση, έχει ακριβώς μία λύση ή έχει άπειρες λύσεις.

$$\begin{aligned} x + 2y - 3z &= 4 \\ 3x - y + 5z &= 2 \\ 4x + y + (a^2 - 14)z &= a + 2 \end{aligned}$$

6. Να βρεθεί η λύση (αν υπάρχει) για το σύστημα που έχει επαυξημένο πίνακα τον ακόλουθο.

$$A = \left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

7. Προσδιορίστε αν τα παρακάτω συστήματα έχουν μη τετριμμένες λύσεις.

$$\begin{aligned} & 2x_1 - 5x_2 + 8x_3 = 0 \\ \text{i)} \quad & -2x_1 - 7x_2 + x_3 = 0 \\ & 4x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad & -3x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 0 \\ & -6x_1 + 7x_2 + x_3 = 0 \end{aligned}$$

8. Βρείτε το σύνολο λύσεων των παρακάτω συστημάτων.

$$\begin{aligned} & x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ \text{i)} \quad & -4x_1 - 9x_2 + 2x_3 = 0 \\ & -3x_2 - 6x_3 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ \text{ii)} \quad & -4x_1 - 9x_2 + 2x_3 = -1 \\ & -3x_2 - 6x_3 = -3 \end{aligned}$$

9. Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα με τη μέθοδο του αντιστρόφου πίνακα.

$$\begin{aligned} & x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ \text{i)} \quad & 2x_1 + 2x_2 + x_3 = -1 \\ & 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 4 \\ \text{ii)} \quad & 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 2 \\ & x_2 + x_3 = 5 \end{aligned}$$